

## Závěrečná zpráva projektu specifického výzkumu 2017 zakázka č. 2101

**Název projektu:** Projekt specifického výzkumu Katedry matematiky

### **Specifikace řešitelského týmu**

Odpovědný řešitel: doc. Mgr. Dušan Bednařík, Ph.D.

Studenti doktorského studia na UHK:

Studenti magisterského studia na PřF UHK: Bc. Iva Zvoníková, Bc. Kamila Paříková, Bc.

Radka Vohralíková, Bc. Jana Jandová, Bc. Andrea Hladíková, Bc. Veronika Čejková, Alžběta Bernardová, Michaela Vrzalová, Sylva Stúpalová.

Další výzkumní pracovníci: doc. RNDr. Pavel Trojovský, Ph.D., doc. Anton Galaev, DrSc., Ing. Radko Kříž, Mgr. Lukáš Vízek, Ph.D., doc. RNDr. Zdeněk Dušek, Ph.D., PhDr. Jana Cachová, Ph.D.

**Celková částka přidělené dotace:** 300 000 Kč

**Datum zahájení řešení projektu:** 27.3.2017

**Předpokládané datum ukončení řešení projektu:** 30.11.2018

**Stručný popis postupu při řešení projektu** (max. 2 strany).

#### A) Dynamické systémy a analýza časových řad

Výsledkem je obhájená disertační práce, která je přímo zaměřená na oblast teorie chaosu a finančních trhů:

Kříž, R. (2017). Teorie chaosu jako východisko pro analýzu ekonomických dynamických systémů.

V rámci projektu je připravován článek týkající se praktického využití Hurstova exponentu ve finančních řadách. Článek bude vycházet především z následujících prací:

Kříž, R., Kratochvíl, Š. 2014. Analyses of the Chaotic Behavior of the Electricity Price Series. ICS 2013: Interdisciplinary Symposium on Complex Systems. Springer Berlin Heidelberg. ISBN: 978-3-642-45437-0.

Weron, R., Przybyłowicz, B. 2000. Hurst analysis of electricity price dynamics. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 283(3), 462-468

#### B) Didaktika matematiky

Projekt se zaměřil na metodiku vybraných partií školské matematiky, na jejich současnost i historii a na problematiku motivace žáků a studentů pro vzdělávání se v matematice. Postupem řešení bylo studium literatury, příprava dvou článků a publikování odborné monografie.

- (i) V. Čejková, J. Jandová, *Motivace žáka v hodině matematiky, Učitel matematiky.*
- (ii) L. Vízek, *Algoritmus odmocňování druhou odmocninou, Učitel matematiky.*

První článek má výzkumný charakter. Zaměřuje se na postoj žáků prvních ročníků středních odborných škol k matematice, využívá polostrukturovaného rozhovoru, analyzuje výsledky šetření a přináší náměty pro dobrou praxi. Jeho autorkami jsou studentky V. Čejková a J. Jandová. Druhý článek (autor L. Vízek) rozebírá z matematického a metodického hlediska algoritmus odmocňování druhou odmocninou. Zasaduje jej do historického kontextu a analyzuje jeho zpracování v učebnicích aritmetiky. Oba příspěvky vyjdou po recenzním řízení v časopisu Učitel matematiky.

Odborná monografie (autor L. Vízek) je věnována životu a dílu významného českého pedagoga Josefa Úlehly (1852–1933), autora několika monografií, učebnic matematiky a přírodopisu, časopiseckých článků a překladů cizojazyčných textů. Největší pozornost kniha zaměřuje na Úlehlovu matematickou, učebnicovou a historiografickou tvorbu. Metodologickým východiskem této studie je zevrubný popis příslušných publikací, jejich zařazení do odborných i časových souvislostí a jejich kritické hodnocení. Práce je příspěvkem zejména k dějinám vyučování matematiky, pedagogiky a školy na našem území. (Vyňato z předmluvy knihy). Bibliografická citace svazku:

(iii) *Vízek L., Josef Úlehla (1852–1933). Gaudeamus, Hradec Králové, 2018, 340 stran, ISBN 978-80-7435-694-0.*

Dále v rámci SV vznikl článek:

(iv) *Cachová, J., Bernardová, A., Stupalová, S., Vrzalová, M. Inspirace didaktickými materiály Mathe 2000 v primární škole. Zasláno do Učitele matematiky – v recenzním řízení.*

Dr. Cachová se spolu se zapojenými diplomantkami zaměřily na studium používání vhodných modelů a didaktických prostředí ve vyučování matematice v primární škole, ve kterých dochází k prolínání matematiky a reality. Vycházely přitom z pojmů horizontální a vertikální matematizace a realistické vyučování, v němž je matematika zasazena do uměle připravené nebo skutečné žákovy reality. Studentky tematiku podrobněji rozpracují ještě ve svých dp pracích.

### C) Elementární teorie čísel

Projekt byl v této oblasti zaměřen na problematiku na rozhraní teorie čísel a lineární algebry. Hlavním cílem bylo vytvořit a publikovat nové výsledky z problematiky týkající se zkoumání:

- vlastností  $k$ -diagonálních matic a to především v souvislosti jejich determinantu a permanentu s různými celočíselnými posloupnostmi,
- speciálních typů celočíselných posloupností zadaných jistou rekurentní formou, tedy posloupnostmi jako jsou například Fibonacciova a Lucasova čísla a různá jejich zobecnění.

Řešitelský tým se věnoval postupně:

- studiu odborných publikací z výše zmíněných oblastí,
- přípravě jedné diplomové práce,
- přípravě šesti článků (z nichž čtyři už jsou publikovány a dva jsou v recenzním řízení) s nově dosaženými výsledky v této problematice. Jeden článek je věnován  $k$ -Fibonacciho číslům, tři jsou věnovány vztahu mezi rekurentními posloupnostmi a dva determinantům třídiagonálních a  $k$ -diagonálních matic.

Zatím byly publikovány následující práce a zbytek je připravován k recenzi.

- (v) TROJOVSKÝ Pavel. *The p-adic order of some Fibonomial coefficients whose entries are powers of p. P-Adic numbers, ultrametric analysis and applications.* 2017, **9(3)**, s. 228-235. ISSN 2070-0466. (WoS)
- (vi) KREUTZ Alessandra, LELIS Jean, MARQUES Diego, SILVA Elaine, TROJOVSKÝ Pavel. *The p-Adic Order of the k-Fibonacci and k-Lucas Numbers. P-Adic numbers, ultrametric analysis and applications.* 2017, **9(1)**, s. 15-21. ISSN 2070-0466. (WoS)
- (vii) TROJOVSKÝ Pavel. *On a difference equation of the second order with an exponential coefficient. Journal of difference equations and applications.* 2017, **23(10)**, s. 1737-1746. ISSN 1023-6198. (WoS)
- (viii) TROJOVSKÝ Pavel. *ON THE SUM OF POWERS OF TWO k-FIBONACCI NUMBERS WHICH BELONGS TO THE SEQUENCE OF k-LUCAS NUMBERS. Tatra Mountains Mathematical Publications.* 2016, **67(1)**, s. 41-46. ISSN 1210-3195. (Scopus)
- (ix) TROJOVSKÝ Pavel. *On a Congruence Involving Generalized Fibonomial Coefficients. P-Adic numbers, ultrametric analysis and applications.* 2018, **10(1)**, s. 74-78. (WoS+Scopus)
- (x) TROJOVSKÝ Pavel. *ON THE ORDER OF APPEARANCE OF THE DIFFERENCE OF TWO LUCAS NUMBERS. Miskolc mathematical notes.* 2018, **19(1)**, s. 641-648. (WOS)
- (xi) Trojovský, P. *The order of appearance of the sum and difference between two Fibonacci numbers, Asian-European journal of mathematics, vyjde Leden 2019 (již je ve fázi inPrint na Scopus)*

#### D) Diferenciální geometrie

Společně s Andrea Santi (Bologna) byl řešen problém konstrukce superkonexe na supervarietách se speciálními grupami holonomie. Snahou je zobecnit konstrukce z článku A.Čapa (Proc. Amer. Math. Soc. 137(2009)). Příklad supervariet se značně liší od případu obyčejných variet, což přináší určité potíže. Práce stále pokračují.

Z prostředků projektu se doc. Galaev zúčastnil workshopu Geometry, Gravity and Supersymmetry, 23.04--29.04.2017, Mainz, Německo na pozvání (Mainz Institute for Theoretical Physics, Johannes Gutenberg University) a přednesl přednášku

- (xii) *Special holonomy groups in supergeometry.*

Dále vznikly a jsou připraveny k recenzi tyto články:

- (xiii) *A.S. Galaev, Holonomy classification of Lorentz-Kähler manifolds. Journal of Geometric Analysis (2018).*

V tomto článku je dána klasifikace grup holonomie pseudo-Kählerovských variet s indexem 2. Dále jsou zde sestrojeny příklady metrik s různými grupami holonomie.

## E) Technická analýza finančních trhů

V rámci řešení této problematiky byla provedena kvantitativní analýza jistých investičních strategií s využitím indexu RSI. Výsledkem je článek

- (xiv) D. Bednařík, A. Hladíková a P. Trojovský, On a trading strategy based on RSI indicator, International Journal of Pure and Applied Mathematics (Scopus).

### Splnění cílů řešení a přínos projektu.

1. Oblast teorie čísel a lineární algebry: **cíle byly splněny** – viz. publikace (v)-(xi).
2. Oblast teorie grup holonomie supervariet: **cíle byly splněny** viz. publikace (xiii).
3. Oblast teorie analýzy finančních trhů: vznikl jeden článek (xiv) který byl přijat k publikaci. Bohužel článek stále čeká na publikování. **Cíl tedy zatím nebyl splněn.**
4. Oblast teorie chaosu a teorie Elliotových vln: **cíle nebyly splněny.** Viz odstavec A) Dynamické systémy a analýza časových řad.
5. Oblast aplikací algebry v geometrii: tuto část měl na starosti kolega doc. Dušek, který již od září 2017 není zaměstnancem naší univerzity. Bohužel jeho výzkumnou práci jsme dokončit nebyli schopni. **Cíle tedy splněny nebyly.**
6. Oblast didaktiky matematiky: **cíle byly splněny** s tím, že dosud vyšla monografie (iii) a byly přijaty články (ii) a (iv). Plánovaný článek (i) nebyl přijat k publikaci.

### Splnění kontrolovatelných výsledků řešení.

Uved'te jen výstupy, které vznikly na základě řešení tohoto projektu. Dále uveďte, zda byly publikace skutečně zadány do OBD s vazbou na RIV. Uveďte, které další výstupy plánujete do konce řešení projektu.

Tab. 1 Sumář výstupů řešení projektu

Typ výstupu	Plán v žádosti o projekt	Splněno	Plán do konce projektu	Poznámka (např. vyšlo, přijato, v redakčním řízení apod.)
Počet Jimp	2	3		Článek (xiii) vyšel zatím pouze v el. Podobě <a href="https://doi.org/10.1007/s12220-018-0027-1">https://doi.org/10.1007/s12220-018-0027-1</a>
Počet Jsc	6	6		(xiv) čeká ve frontě na publikaci.
Počet B	0	1		
Počet obhájených dizertačních prací	0	1		
Počet obhájených diplomových prací	0			
Počet D				

Jrec	5	2		(ii) je přijat a čeká ve frontě na publikaci.
Počet výsledků celkem	13	13		

### Podrobné zdůvodnění výdajů a doložení dodatečných žádostí o změnu rozpočtu:

Výsledek čerpání finančních prostředků uveďte v jednotné přehledné tabulce 2.

Tab. 2 Čerpání finančních prostředků v Kč

	Položka	Plán	Žádost o změnu rozpočtu	Skutečnost
	Počet členů řešitelského týmu čerpajících mzdové prostředky	7		
	Počet studentů čerpajících mzdové prostředky	6		
a	Stipendia	24000	24000	24000
b	Cestovní stipendium	0		
c	Odměny, DPP, DPČ – zaměstnanci vč. zákonného zdr. a soc. pojištění	0	10000	10000
d	Cestovné zaměstnanců	20000	18000	17925
e	Materiál (drobný dlouhodobý hmotný majetek)	140000	158000	70141,6
f	Další provozní náklady a výdaje (spotřební materiál)	8000	88000	88122,1
g	Služby	108000	90000	89928,28
	<b>Celkové náklady</b>	<b>300000</b>	<b>300000</b>	<b>300116,98</b>

a) Stipendia a jejich stručné zdůvodnění:

- Bc. Ivana Zvoníková: řešerše literatury. 7000,-
- Bc. Jana Jandová : příprava jednoho článku. 7000,-
- Bc. Veronika Čejková: příprava jednoho článku. 7000,-
- Alžběta Bernardová: příprava jednoho článku. 1000,-
- Michaela Vrzalová řešerše literatury. 1000,-

- Sylva Stupalová: příprava jednoho článku. 1000,-

- b) Cestovní stipendia a jeho stručné zdůvodnění: nebyly vyplaceny.
- c) Osobní náklady zaměstnanců a jejich stručné zdůvodnění: odměna Mgr. Bc. Lence Kupčákové za rešeršní práce a překlady z angličtiny.
- d) Cestovné zaměstnanců a jeho stručné zdůvodnění: zahraniční cestovné bylo vyplaceno doc. Galaevovi na konferenci v Německu (Mainz), domácí cestovné doc. Dušek: konference Srní o dif. geometrii, ostatní drobné částky jsou výdaje na cestovné na různé semináře a přednášky v Praze, Brně apod.
- e) Materiálové náklady a jejich stručné zdůvodnění: tři notebooky Dell, literatura jejíž seznam je v příloze, předplatné časopisu Fibonacci Quaterly.
- f) Další provozní náklady nebo výdaje (např. spotřební materiál) a jejich stručné zdůvodnění: drobný kancelářský materiál, originální verze tonerů, materiál k výuce didaktiky geometrie.
- g) Náklady a výdaje na služby a jejich stručné zdůvodnění: upgrade licence SW Mathematica, tisk monografie věnované matematikovi Úlehlovi, konferenční poplatky.

**Ke zprávě přiložte:**

- a) kopie publikačních výstupů,
- b) výpis z OBD – výstupy podpořené tímto projektem,
- c) výsledovku z ekonomického informačního systému Magion – vyúčtování dotace.

Datum: 30.11.2018

Podpis odpovědného řešitele :

Doc. Mgr. Dušan Bednařík, Ph.D.

## Seznam literatury podle šablony ID záznamu

---

[1]Cachová, J., Bernardová, A., Stúpalová, S., Vrzalová, M. Inspirace didaktickými materiály Mathe 2000 v primární škole. *Učitel matematiky*. Jednota českých matematiků a fyziků, 2018. 12s. ISSN: 1210-9037.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU

(ID: 43874424) (RIV ID: 50014814)

---

[2]Trojovský, P. The p-adic order of some Fibonomial coefficients whose entries are powers of p. *P-Adic numbers, ultrametric analysis and applications*. Springer, 2017. 8s. ISSN: 2070-0466. Kód UT ISI: 000410338400005.Kód RIV: BA - Obecná matematika.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU

(ID: 43872627) (RIV ID: 50005611)

---

[3]Kreutz, A., Lelis, J., Marques, D., Silva, E., Trojovský, P. The p-Adic Order of the k-Fibonacci and k-Lucas Numbers. *P-Adic numbers, ultrametric analysis and applications*. Springer, 2017. 7s. ISSN: 2070-0466. Kód RIV: BA - Obecná matematika.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU

(ID: 43872628) (RIV ID: 50005612)

---

[4]Trojovský, P. ON THE SUM OF POWERS OF TWO k-FIBONACCI NUMBERS WHICH BELONGS TO THE SEQUENCE OF k-LUCAS NUMBERS. *Tatra Mountains Mathematical Publications*. Slovenská akadémia vied.Matematický ústav, 2016. 6s. ISSN: 1210-3195. Kód RIV: BA - Obecná matematika.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU

(ID: 43872630) (RIV ID: 50005614)

---

[5]Trojovský, P. On a difference equation of the second order with an exponential coefficient. *Journal of difference equations and applications*. Taylor & Francis, 2017. 10s. ISSN: 1023-6198. Kód RIV: BA - Obecná matematika.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU

(ID: 43873404) (RIV ID: 50013795)

---

[6]Trojovský, P. On a Congruence Involving Generalized Fibonomial Coefficients. *P-Adic numbers, ultrametric analysis and applications*. Springer, 2018. 5s. ISSN: 2070-0466. Kód RIV: BA - Obecná matematika.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU  
(ID: 43873992) (RIV ID: 50014382)

---

[7]**Trojovský, P.** The order of appearance of the sum and difference between two Fibonacci numbers. *Asian-European journal of mathematics*. World scientific, 2018. ISSN: 1793-5571. Kód RIV: BA - Obecná matematika.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU  
(ID: 43874011) (RIV ID: 50014401)

---

[8]**Trojovský, P.** ON THE ORDER OF APPEARANCE OF THE DIFFERENCE OF TWO LUCAS NUMBERS. *Miskolc mathematical notes*. Miskolci egyetem, 2018. 8s. ISSN: 1787-2405. Kód UT ISI: 000441460300050.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU  
(ID: 43874152) (RIV ID: 50014542)

---

[9]**Vízek, L.** Josef Úlehla (1852–1933). *Josef Úlehla (1852–1933)*. Hradec Králové : Gaudeamus, 2018. 334s. ISBN: 978-80-7435-694-0. Kód RIV: AM - Pedagogika a školství.

granty: 0

Spec. výzkum: S.

Forma: B\_ODBORNÁ KNIHA  
(ID: 43873518) (RIV ID: 50013909)

---

[10]**Galaev, A.** Pseudo-Riemannian manifolds with recurrent spinor fields. *Siberian mathematical journal*. New York : Springer, 2013. 10s. ISSN: 0037-4466. Kód UT ISI: 000323742800003. Kód RIV: BA - Obecná matematika.

granty: 0

Spec. výzkum: NE

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU  
(ID: 43868379) (RIV ID: 50001549)

---

[11]**Vízek, L.** Poznámky k odmocňování. *Učitel matematiky*. Jednota českých matematiků a fyziků, 2019. ISSN: 1210-9037.

granty: 0

Spec. výzkum: NE

Forma: J\_ČLÁNEK V ODBORNÉM PERIODIKU  
(ID: 43874487) (RIV ID: 50014877)

---