**Okruhy témat z matematiky ke státní závěrečné zkoušce**

 **oboru MMAZS2**

**Algebra**

1. Soustavy lineárních rovnic. Gaussova metoda řešení soustav lineárních rovnic. Řešitelnost soustav lineárních rovnic. Homogenní soustavy lineárních rovnic.
2. Matice. Operace s maticemi a jejich vlastnosti. Hodnost matice. Inverzní matice.
3. Determinanty. Vlastnosti determinantů. Způsoby výpočtu determinantů. Užití determinantů.
4. Vektorové prostory, podprostory. Lineárně závislé a nezávislé vektory. Báze a dimenze vektorových prostorů. Matice přechodu mezi bázemi.
5. Lineární zobrazení. Jádro, obraz lineárního zobrazení. Matice lineárního zobrazení.
6. Charakteristický polynom. Vlastní čísla, vlastní vektory endomorfismu.
7. Algebraické struktury s jednou binární operací. Grupy a podgrupy. Cyklické grupy. Homomorfismus grup.
8. Normální podgrupy, kongruence. Faktorové grupy.
9. Okruhy, obory integrity, tělesa. Homomorfismus okruhů.
10. Ideály a kongruence v okruzích. Faktorové okruhy.
11. Polynomické funkce. Adjunkce prvku k oboru integrity. Algebraické a transcendentní prvky. Algebraická definice polynomu.
12. Dělitelnost v oboru integrity polynomů. Největší společný dělitel. Kořeny polynomů. Derivace polynomů. Rozklad polynomů na ireducibilní činitele.
13. Polynomy více neurčitých. Symetrické polynomy. Vztahy mezi kořeny a koeficienty polynomu. Diskriminant.
14. Binomické rovnice. Algebraická řešitelnost algebraických rovnic. Algebraické rovnice 2. stupně. Algebraické rovnice 3. stupně. Rovnice reciproké.

**Geometrie**

1. Geometrie trojúhelníku, polohové vlastnosti trojúhelníku. Těžnice, výšky, střední příčky, Eulerova přímka, Feuerbachova kružnice.
2. Geometrie trojúhelníku, metrické vlastnosti trojúhelníku. Pythagorova věta, Eukleidovy věty, sinová a kosinová věta.
3. Dělicí poměr a dvojpoměr. Vlastnosti, Menelaova a Cevova věta.
4. Geometrie kružnice. Thaletova a Apolloniova kružnice, tečny kružnice a jejich konstrukce. Mocnost bodu ke kružnici a její vlastnosti.
5. Quételetova Dandelinova věta. Kuželosečky jako množiny bodů dané vlastnosti v rovině a jako průniky roviny a kuželové plochy. Vlastnosti kuželoseček.
6. Shodná a podobná zobrazení roviny. Afinní zobrazení, skládání zobrazení roviny.
7. Kruhová inverze, její vlastnosti a užití.
8. Obvod a obsah geometrických útvarů. Obvod mnohoúhelníku, délka kružnice. Obsah trojúhelníku, čtyřúhelníku, pravidelného mnohoúhelníku a kruhu. Odvození příslušných vzorců.
9. Povrch a objem geometrických útvarů. Povrch tělesa, objem hranolu, jehlanu, válce, kuželu a koule. Odvození příslušných vzorců.
10. Vektorový a afinní prostor. Vázané vektory, relace ekvipolence, volné vektory. Afinní prostor a jeho zaměření. Repér v afinním prostoru a lineární soustava souřadnic.
11. Podprostory afinního prostoru. Parametrické a analytické rovnice podprostoru. Nadrovina. Zaměření podprostoru, parametrické a analytické rovnice zaměření podprostoru.
12. Vzájemná poloha podprostorů afinního prostoru. Spojení a průsek podprostorů. Příčka mimoběžek.
13. Vektorový prostor se skalárním součinem. Skalární součin a velikost vektoru. Výpočet skalárního součinu v dané bázi. Ortogonální, jednotková a ortonormální báze a výpočet skalárního součinu v těchto speciálních bázích.
14. Euklidovské prostory. Kartézský repér a kartézská soustava souřadnic. Kolmost a totální kolmost.
15. Vzdálenosti v euklidovském prostoru. Vzdálenost bodů, vzdálenost bodu a podprostoru, vzdálenost dvou podprostorů.
16. Odchylka podprostorů vektorového prostoru se skalárním součinem. Odchylka podprostorů euklidovského prostoru.
17. Lineární a bilineární formy. Symetrické a antisymetrické bilineární formy. Kvadratické formy. Polární bilineární forma kvadratické formy. Vrchol bilineární a kvadratické formy.
18. Komplexní rozšíření reálného vektorového a afinního prostoru. Projektivní rozšíření afinního prostoru. Aritmetický zástupce a aritmetický základ, homogenní souřadnice.
19. Kvadriky a jejich vlastnosti. Polární vlastnosti kvadrik. Singulární a regulární body kvadriky. Vrchol kvadriky. Polární a tečná nadrovina kvadriky.
20. Afinní vlastnosti kvadrik. Střed kvadriky. Průměrová a asymptotická nadrovina kvadriky. Metrické vlastnosti kvadrik. Hlavní směry kvadriky a osová nadrovina kvadriky.
21. Kuželosečky a jejich klasifikace, regulární a singulární kuželosečky. Příklady kvadrik v trojrozměrném prostoru: elipsoidy, hyperboloidy, paraboloidy, válce, kužele.

**Matematická analýza**

1. Reálná čísla: uspořádané těleso, axiom o suprému. Posloupnosti reálných čísel a jejich konvergence.
2. Limita a spojitost funkce jedné reálné proměnné. Věty o limitách funkce. Věty o spojitosti funkce na intervalu.
3. Derivace funkce jedné reálné proměnné. Geometrický a fyzikální význam derivace. Vzorce pro výpočet derivace: derivace složené a inverzní funkce.
4. Věty o střední hodnotě. Derivace vyšších řádů. Taylorova formule s Lagrangeovým tvarem zbytku.
5. Vyšetřování průběhu funkce, význam první a druhé derivace pro průběh funkce.
6. Primitivní funkce. Neurčitý integrál. Metody výpočtu neurčitého integrálu. Integrace racionálních funkcí.
7. Riemannův určitý integrál: metody výpočtu, třída integrovatelných funkcí. Zobecnění Riemannova integrálu. Aplikace určitého integrálu v geometrii.
8. Pojem číselné řady. Kritéria konvergence číselných řad s nezápornými členy. Absolutní a neabsolutní konvergence.
9. Bodová a stejnoměrná konvergence funkčních řad. Pojem mocninné řady a vyšetřování její konvergence. Derivování a integrování mocninné řady člen po členu.
10. Topologie Euklidovských prostorů. Spojitost a limita zobrazení z Euklidovského prostoru do Euklidovského prostoru.
11. Směrová a parciální derivace funkce více reálných proměnných. Geometrická interpretace.
12. Totální derivace funkce. Charakterizace diferencovatelnosti funkce více proměnných. Tečný prostor ke grafu funkce. Derivace vyšších řádů. Taylorova formule pro funkce více reálných proměnných.
13. Nutné a postačující podmínky existence lokálních extrémů funkcí více reálných proměnných. Vázané extrémy.
14. Pojem obyčejné diferenciální rovnice. Lineární diferenciální rovnice. Řešení lineární diferenciální rovnice prvního řádu. Věty o existenci řešení Cauchyovy počáteční úlohy.

**Didaktika matematiky**

1. Matematické definice. Možnosti zavádění pojmů, definice ve výuce matematiky na ZŠ. Příklady.
2. Matematické věty a jejich důkazy. Druhy matematických vět a důkazů, matematické věty a jejich důkazy ve výuce matematiky na 2. stupni ZŠ. Příklady.
3. Přirozená a celá čísla. Početní operace a jejich vlastnosti. Zavedení záporných čísel, číselná osa.
4. Racionální čísla. Pojem zlomek a desetinné číslo, zavedení a vlastnosti. Početní operace, racionální čísla v úlohách na ZŠ.
5. Reálná čísla na ZŠ. Zavedení iracionálních čísel a jejich modely. Zaokrouhlování, neúplná čísla a operace s nimi.
6. Dělitelnost na ZŠ. Pojmy prvočíslo a Eratosthenovo síto. Důkaz, že prvočísel je nekonečně mnoho. Rozklad přirozeného čísla na součin prvočísel. Užití, ukázka vybraných úloh.
7. Dělitelnost na ZŠ. Kritéria dělitelnosti a jejich důkazy. Diofantovské rovnice.
8. Poměr, úměrnost a trojčlenka. Zavedení pojmů, ukázka vybraných úloh a představení metod řešení.
9. Procenta na ZŠ. Zavedení příslušných pojmů, ukázka vybraných úloh a představení metod řešení.
10. Výrazy v matematice ZŠ. Číselné výrazy, výrazy s proměnnou, pojmy jednočlen a mnohočlen. Početní operace a rozklad na součin. Příslušné vzorce, odvození a geometrické interpretace.
11. Rovnice na ZŠ. Pojmy rovnice, řešení rovnice a kořen rovnice. Ekvivalentní a důsledkové úpravy. Význam zkoušky. Lineární rovnice a nerovnice, úlohy řešené lineárními rovnicemi a nerovnicemi na ZŠ.
12. Soustavy lineárních rovnic. Metody řešení, užití soustav rovnic v matematických úlohách na ZŠ. Grafická metoda řešení soustav rovnic.
13. Funkce v učivu ZŠ. Zavedení příslušných pojmů. Lineární funkce, vlastnosti a užití při řešení úloh. Kvadratická funkce, lineární lomená funkce a funkce absolutní hodnota na ZŠ.
14. Goniometrie na ZŠ. Goniometrické funkce, druhy, vlastnosti a užití. Ukázka vybraných úloh.
15. Statistika na ZŠ. Pojmy aritmetický, geometrický a harmonický průměr, medián, modus, rozptyl, směrodatná odchylka. Grafy, ukázka vybraných úloh.
16. Finanční matematika na ZŠ. Pojmy úrok, úroková míra, jednoduché a složené úročení. Ukázka vybraných úloh.
17. Základní geometrické útvary na ZŠ a jejich vlastnosti, bod, přímka a její části, rovina, úhel, osa úhlu, osa úsečky, mnohoúhelník. Způsoby zavedení pojmů, důkazy příslušných tvrzení.
18. Trojúhelník na ZŠ a jeho vlastnosti, druhy trojúhelníků, střední příčky, osy stran, osy úhlů, těžnice, výšky, důkazy příslušných tvrzení. Shodnost a podobnost trojúhelníků. Konstrukce trojúhelníků, ukázka vybraných úloh.
19. Čtyřúhelník na ZŠ a jeho vlastnosti, druhy čtyřúhelníků, úhlopříčky, důkazy příslušných tvrzení. Konstrukce čtyřúhelníků, ukázka vybraných úloh. Pravidelné mnohoúhelníky a jejich konstrukce.
20. Pythagorova věta, Euklidovy věty, různé důkazy tvrzení. Využití vět, ukázka vybraných úloh.
21. Kružnice a kruh na ZŠ. Thaletova věta, důkaz, využití, ukázka vybraných úloh. Délka kružnice, obsah kruhu, číslo π.
22. Obvod, obsah a povrch geometrických útvarů. Cavalieriho princip, obvod a obsah trojúhelníku, čtyřúhelníku a pravidelného mnohoúhelníku. Povrch tělesa, objem hranolu, jehlanu, válce, kuželu a koule. Odvození příslušných vzorců, ukázka vybraných úloh.
23. Konstrukční úlohy na ZŠ, druhy, metody řešení, zápis konstrukce. Množiny bodů dané vlastnosti, konstrukce trojúhelníků, čtyřúhelníků, pravidelných mnohoúhelníků, kružnic a jejich tečen. Ukázka vybraných úloh.
24. Shodnost na ZŠ. Shodná zobrazení roviny, druhy a vlastnosti. Užití, ukázka vybraných úloh.
25. Podobnost na ZŠ. Podobná zobrazení roviny, vlastnosti. Užití, ukázka vybraných úloh. Skládání zobrazení roviny.
26. Tělesa na ZŠ. Krychle, kvádr, hranol, válec, jehlan, kužel, koule, platonská tělesa. Sítě těles.

**Literatura**

BLAŽEK, J. *Algebra a teoretická aritmetika* 1. Praha: SPN, 1985.

BEČVÁŘ, J. *Lineární algebra*. Praha: Matfyzpress, 2000.

BICAN, L. *Algebra*. 1. vyd. Praha: Academia, 2001.

BICAN, L. *Lineární algebra a geometrie*. Praha: Academia, 2000.

KATRIŇÁK, T. *Algebra a teoretická aritmetika* 1. Bratislava: Alfa, 1985.

PROCHÁZKA, L. *Algebra*. Praha Academia, 1990.

ROSICKÝ, J. *Algebra*. 4. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2005.

SCHWARZ, Š. *Základy náuky o riešení rovníc*. 2. dopl. vyd. Bratislava: SAV, 1968.

JARNÍK, V. *Diferenciální počet I* (libovolné vydání).

JARNÍK, V. *Integrální počet I* (libovolné vydání).

KOPÁČEK, J. *Matematická analýza pro fyziky*. Praha, 1997.

KOPÁČEK, J. *Integrály*. 2. vyd. Praha: Matfyzpress, 2007.

PRACHAŘ, O. SEIBERT, J. *Matematická analýza*. Hradec Králové: Gaudeamus, 1990.

SEIBERT, J. *Matematická analýza IV. Posloupnosti a řady*. 3. vydání, Hradec Králové, Gaudeamus 1999.

VESELÝ, J. *Matematická analýza pro učitele I, II*. Praha: Matfyzpress, 1997.

KUŘINA, F. *Deset pohledů na geometrii*. 1. vyd. Praha: MÚ AVČR, 1996.

KUŘINA, F. *Deset geometrických transformací*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2002.

ŠVRČEK, J. *Vybrané kapitoly z geometrie trojúhelníka*. 1. vyd. Praha: Karolinum, 1998.

SEKANINA, M. a kol. *Geometrie I*. 1. vyd. Praha: SPN, 1986.

SEKANINA, M. a kol. *Geometrie II*. 1. vyd. Praha: SPN, 1988.

HORÁK, P., JANYŠKA, J. *Analytická geometrie*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2009.

ČERNÝ, I. *Kuželosečky a kvadriky*. 3. vyd. Praha: Univerzita Karlova, 2012.

CACHOVÁ, J., KUŘINA, F. *Matematika a porozumění světu*. 1. vyd. Praha: Academia, 2009

HEJNÝ, M. *Teória vyučovania matematiky 2*. 2. vyd. Bratislava: Státní pedagogické nakladatelství, 1990.

HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (eds.) *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. 1. vyd. Praha: PedF UK v Praze, 2004.

HOŠPESOVÁ, A. a kol. *Matematická gramotnost a vyučování matematice*. 1. vyd. České Budějovice: PedF JČU v Českých Budějovicích, 2011.

KUŘINA, F. *Matematika a řešení úloh*. 1. vyd. České Budějovice: PedF JČU v Českých Budějovicích, 2011.

POLÁK, J. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. *I*. *část*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014.

POLÁK, J. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně. II*. *část*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2016.

POLÁK, J. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně. III. část*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2016.

RENDL, M. a kol. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů.* 1. vyd. Praha: PedF UK v Praze, 2013.

Učebnice matematiky, metodické příručky a sbírky úloh pro základní a střední školy.

Vybrané články z odborných časopisů zaměřených na vyučování matematice.