Okruhy témat z matematiky ke státní závěrečné zkoušce

oboru BMAT

Algebra

1. Soustavy lineárních rovnic. Gaussova metoda řešení soustav lineárních rovnic. Řešitelnost soustav lineárních rovnic. Homogenní soustavy lineárních rovnic.
2. Matice. Operace s maticemi. Hodnost matice. Inverzní matice.
3. Determinanty. Způsoby výpočtu determinantů. Užití determinantů.
4. Vektorové prostory, podprostory. Lineárně závislé a nezávislé vektory. Báze a dimenze vektorových prostorů. Matice přechodu mezi bázemi.
5. Lineární zobrazení. Jádro, obraz lineárního zobrazení. Matice lineárního zobrazení.
6. Charakteristický polynom. Vlastní čísla, vlastní vektory endomorfismu. Jordanův tvar matice.
7. Algebraické struktury s jednou binární operací. Grupy a podgrupy. Cyklické grupy. Homomorfismus grup.
8. Normální podgrupy, kongruence. Faktorové grupy.
9. Okruhy, obory integrity, tělesa. Homomorfismus okruhů.
10. Ideály a kongruence v okruzích. Faktorové okruhy.
11. Polynomické funkce. Adjunkce prvku k oboru integrity. Algebraické a transcendentní prvky. Algebraická definice polynomu.
12. Dělitelnost v oboru integrity polynomů. Největší společný dělitel. Kořeny polynomů. Derivace polynomů. Rozklad polynomů na ireducibilní činitele.
13. Polynomy více neurčitých. Symetrické polynomy. Vztahy mezi kořeny a koeficienty polynomu. Diskriminant.
14. Binomické rovnice. Algebraická řešitelnost algebraických rovnic. Algebraické rovnice 2. stupně. Algebraické rovnice 3. stupně. Rovnice reciproké.

Geometrie

1. Geometrie trojúhelníku, polohové vlastnosti trojúhelníku. Těžnice, výšky, střední příčky, Eulerova přímka, Feuerbachova kružnice.
2. Geometrie trojúhelníku, metrické vlastnosti trojúhelníku. Pythagorova věta, Eukleidovy věty, sinová a kosinová věta.
3. Dělicí poměr a dvojpoměr. Vlastnosti, Menelaova a Cevova věta.
4. Geometrie kružnice. Thaletova a Apolloniova kružnice, tečny kružnice a jejich konstrukce. Mocnost bodu ke kružnici a její vlastnosti.
5. Quételetova Dandelinova věta. Kuželosečky jako množiny bodů dané vlastnosti v rovině a jako průniky roviny a kuželové plochy. Vlastnosti kuželoseček.
6. Shodná a podobná zobrazení roviny. Afinní zobrazení, skládání zobrazení roviny.
7. Kruhová inverze, její vlastnosti a užití.

8. Obvod a plocha geometrických útvarů. Obvod mnohoúhelníku, délka kružnice. Obsah trojúhelníku, čtyřúhelníku, pravidelného mnohoúhelníku a kruhu. Číslo π. Odvození příslušných vzorců.
9. Povrch a objem geometrických útvarů. Povrch tělesa, objem hranolu, jehlanu, válce, kuželu a koule. Odvození příslušných vzorců.
10. Vektorový a afinní prostor. Vázané vektory, relace ekvipolence, volné vektory. Afinní prostor a jeho zaměření. Repér v afinním prostoru a lineární soustava souřadnic.
11. Podprostory afinního prostoru. Parametrické a analytické rovnice podprostoru. Nadrovina. Zaměření podprostoru, parametrické a analytické rovnice zaměření podprostoru.
12. Vzájemná poloha podprostorů afinního prostoru. Spojení a průsek podprostorů. Příčka mimoběžek.
13. Vektorový prostor se skalárním součinem. Skalární součin a velikost vektoru. Výpočet skalárního součinu v dané bázi. Ortogonální, jednotková a ortonormální báze a výpočet skalárního součinu v těchto speciálních bázích.
14. Euklidovské prostory. Kartézský repér a kartézská soustava souřadnic. Kolmost a totální kolmost.
15. Vzdálenosti v euklidovském prostoru. Vzdálenost bodů, vzdálenost bodu a podprostoru, vzdálenost dvou podprostorů.
16. Odchylka podprostorů vektorového prostoru se skalárním součinem. Odchylka podprostorů euklidovského prostoru.
17. Lineární a bilineární formy. Symetrické a antisymetrické bilineární formy. Kvadratické formy. Polární bilineární forma kvadratické formy. Vrchol bilineární a kvadratické formy.
18. Komplexní rozšíření reálného vektorového a afinního prostoru. Projektivní rozšíření afinního prostoru. Aritmetický zástupce a aritmetický základ, homogenní souřadnice.
19. Kvadriky a jejich vlastnosti. Polární vlastnosti kvadrik. Singulární a regulární body kvadriky. Vrchol kvadriky. Polární a tečná nadrovina kvadriky.
20. Afinní vlastnosti kvadrik. Střed kvadriky. Průměrová a asymptotická nadrovina kvadriky. Metrické vlastnosti kvadrik. Hlavní směry kvadriky a osová nadrovina kvadriky.
21. Kuželosečky a jejich klasifikace, regulární a singulární kuželosečky. Příklady kvadrik v trojrozměrném prostoru: elipsoidy, hyperboloidy, paraboloidy, válce, kužele.

Matematická analýza

1. Reálná čísla: uspořádané těleso, axiom o suprému. Posloupnosti reálných čísel a jejich konvergence.
2. Limita a spojitost funkce jedné reálné proměnné. Věty o limitách funkce. Věty o spojitosti funkce na intervalu.
3. Derivace funkce jedné reálné proměnné. Geometrický a fyzikální význam derivace. Vzorce pro výpočet derivace: derivace složené a inverzní funkce.
4. Věty o střední hodnotě. Derivace vyšších řádů. Taylorova formule s Lagrangeovým tvarem zbytku.
5. Vyšetřování průběhu funkce, význam první a druhé derivace pro průběh funkce.
6. Primitivní funkce. Neurčitý integrál. Metody výpočtu neurčitého integrálu. Integrace racionálních funkcí.
7. Riemannův určitý integrál: metody výpočtu, třída integrovatelných funkcí. Zobecnění Riemannova integrálu. Aplikace určitého integrálu v geometrii.

8. Pojem číselné řady. Kritéria konvergence číselných řad s nezápornými členy. Absolutní a neabsolutní konvergence.
9. Bodová a stejnoměrná konvergence funkčních řad. Pojem mocninné řady a vyšetřování její konvergence. Derivování a integrování mocninné řady člen po členu.
10. Topologie Euklidovských prostorů. Spojitost a limita zobrazení z Euklidovského prostoru do Euklidovského prostoru.
11. Směrová a parciální derivace funkce více reálných proměnných. Geometrická interpretace.
12. Totální derivace funkce. Charakterizace diferencovatelnosti funkce více proměnných. Tečný prostor ke grafu funkce. Derivace vyšších řádů. Taylorova formule pro funkce více reálných proměnných.
13. Nutné a postačující podmínky existence lokálních extrémů funkcí více reálných proměnných. Vázané extrémy.
14. Pojem obyčejné diferenciální rovnice. Lineární diferenciální rovnice. Řešení lineární diferenciální rovnice prvního řádu. Věty o existenci řešení Cauchyovy počáteční úlohy.

Literatura

BLAŽEK, J. *Algebra a teoretická aritmetika* 1. Praha: SPN, 1985.

BEČVÁŘ, J. *Lineární algebra*. Praha: Matfyzpress, 2000.

BICAN, L. *Algebra*. 1. vyd. Praha: Academia, 2001.

BICAN, L. *Lineární algebra a geometrie*. Praha: Academia, 2000.

KATRIŇÁK, T. *Algebra a teoretická aritmetika* 1. Bratislava: Alfa, 1985.

PROCHÁZKA, L. *Algebra*. Praha Academia, 1990.

ROSICKÝ, J. *Algebra*. 4. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2005.

SCHWARZ, Š. *Základy náuky o riešení rovníc*. 2. dopl. vyd. Bratislava: SAV, 1968.

JARNÍK, V. *Diferenciální počet I* (libovolné vydání).

JARNÍK, V. *Integrální počet I* (libovolné vydání).

KOPÁČEK, J. *Matematická analýza pro fyziky*. Praha, 1997.

KOPÁČEK, J. *Integrály*. 2. vyd. Praha: Matfyzpress, 2007.

PRACHAŘ, O. SEIBERT, J. *Matematická analýza*. Hradec Králové: Gaudeamus, 1990.

SEIBERT, J. *Matematická analýza IV. Posloupnosti a řady*. 3. vydání, Hradec Králové, Gaudeamus 1999.

VESELÝ, J. *Matematická analýza pro učitele I, II*. Praha: Matfyzpress, 1997.

ČERNÝ, I. Kuželosečky a kvadriky. 3. vyd. Praha: Univerzita Karlova, 2012.

HORÁK, P., JANYŠKA, J. Analytická geometrie. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2009.

KUŘINA, F. Deset pohledů na geometrii. 1. vyd. Praha: MÚ AVČR, 1996.

KUŘINA, F. Deset geometrických transformací. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2002.

SEKANINA, M. a kol. Geometrie I. 1. vyd. Praha: SPN, 1986.

SEKANINA, M. a kol. Geometrie II. 1. vyd. Praha: SPN, 1988.

ŠVRČEK, J. Vybrané kapitoly z geometrie trojúhelníka. 1. vyd. Praha: Karolinum, 1998.